

Θέματα Εξετάσεων ΕΠΑ.Λ.

Ορισμένα από τα θέματα συντάχθηκαν πριν την αναδιάρθρωση
της διδακτέας ύλης μεταξύ Α' και Β' Λυκείου

Συλλογή-Επιμέλεια: Γ. Κοντογιάννης, Μαθηματικός MPhil

Α' Λυκείου

Άλγεβρα

ΘΕΜΑ 1ο

A1. Σε κάθε στοιχείο της στήλης (A) να αντιστοιχίσετε ένα μόνο στοιχείο της στήλης (B).

Στήλη A	Στήλη B
$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$	Λύση της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $a \neq 0$
α. $\Delta > 0$	1. Είναι αδύνατη στο R
β. $\Delta = 0$	2. Έχει 2 ρίζες άνισες: $x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
γ. $\Delta < 0$	3. Έχει μία διπλή ρίζα: $x = \frac{-\beta}{2a}$

A2. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $a \neq 0$, να αποδείξετε ότι $s = x_1 + x_2 = \frac{-\beta}{a}$.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 2ο

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{1-|x|}{3} - \frac{2|x|}{3} = \frac{|x|-1}{2}$.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 3ο

Γ1. Να λυθεί η ανίσωση: $7x - 8 \leq 5x + 2$.

Γ2. Να λυθεί η ανίσωση: $\frac{1}{2} + x > 5 - \frac{x}{2}$.

Γ3. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των παραπάνω ανισώσεων.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 4 = 3x$. Χωρίς να υπολογίσετε τις ρίζες x_1 και x_2 της εξίσωσης, να βρεθούν οι αριθμητικές τιμές των παραστάσεων:

Δ1. $x_1 + x_2 = \dots\dots\dots$

Δ2. $x_1 \cdot x_2 = \dots\dots\dots$

Δ3. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \dots\dots\dots$

Δ4. $x_1^2 \cdot x_2^2 = \dots\dots\dots$

Μονάδες 25

Α' Λυκείου

Γεωμετρία

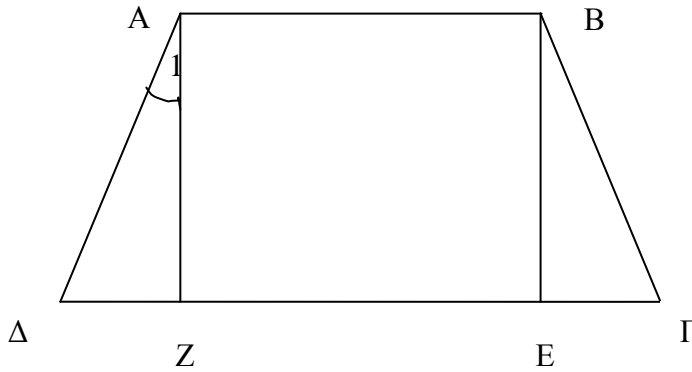
ΘΕΜΑ 1ο

- A.** Να αποδείξετε ότι σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο οι προσκείμενες στη βάση γωνίες τους είναι ίσες.
- B.** Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστό» (Σ) ή «Λάθος» (Λ):
- α)** παραπληρωματικές είναι δυο γωνίες με άθροισμα 90°
 - β)** δυο τρίγωνα που έχουν δυο πλευρές και την περιεχόμενη σε αυτές γωνία αντίστοιχα ίσες τότε είναι ίσα
 - γ)** ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει ίσες διαγώνιες
 - δ)** ένα παραλληλόγραμμο με όλες τις γωνίες του ίσες είναι ρόμβος
 - ε)** ένα τετράγωνο είναι και ρόμβος

ΘΕΜΑ 2ο

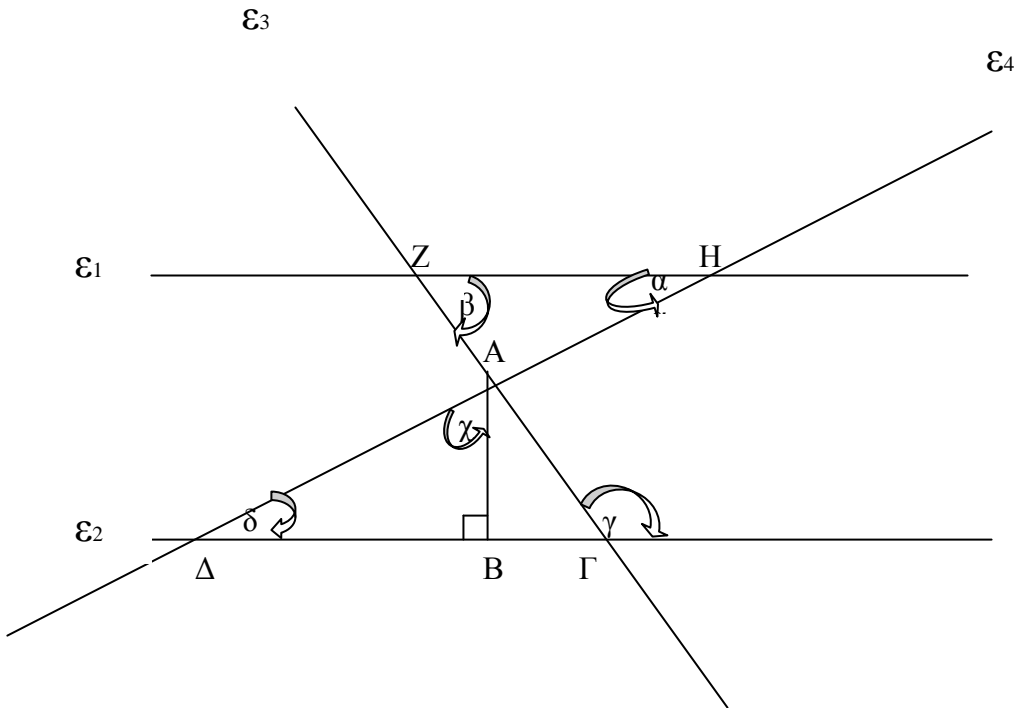
Δίνεται ένα ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ. Φέρνω τα ύψη του ΑΖ, ΒΕ.

- B1.** Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΑΖΔ, ΒΕΓ.
- B2.** Αν η γωνία $\hat{A}_1 = 30^\circ$ και $AD = AB = BG = 4\text{cm}$ να υπολογίσετε το τμήμα ΔΖ.
- B3.** Να βρείτε την περίμετρο του ΑΒΓΔ.



ΘΕΜΑ 3ο

Οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες. Οι ευθείες ϵ_3 και ϵ_4 τέμνουν τις παράλληλες.
 Αν $\alpha = 30^\circ$, $\gamma = 130^\circ$ και $AB \perp \Delta\Gamma$, να υπολογίσετε τις γωνίες β , δ , χ .

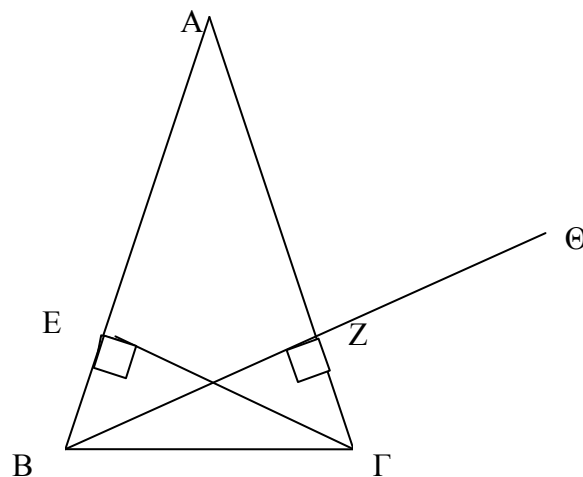


ΘΕΜΑ 4ο

Έστω $AB\Gamma$ ισοσκελές τρίγωνο ($AB = A\Gamma$). Αν BZ , ΓE ύψη και $BZ = Z\Theta$, να δείξετε ότι:

Δ1. $BZ = \Gamma E$

Δ1. Αφού σχεδιάσετε το τρίγωνο $AB\Theta$, να δείξετε ότι είναι ισοσκελές.



ΘΕΜΑ 1ο

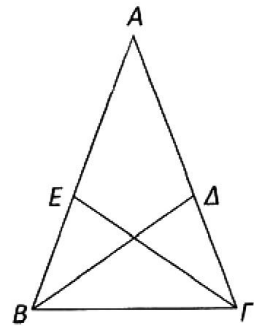
- A.** Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι δύο ορθές.
- B.** Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστό» (Σ) ή «Λάθος» (Λ):
 - α)** Ένα τετράπλευρο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες είναι ρόμβος.
 - β)** Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν δύο πλευρές και μια αντίστοιχη γωνία ίσες.
 - γ)** Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο μια γωνία του ισούται με 30° , τότε η απέναντι πλευρά του είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας.
 - δ)** Αν δύο παράλληλες ευθείες τέμνονται από τρίτη ευθεία, τότε σχηματίζουν τις εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες παραπληρωματικές.
 - ε)** Σε κάθε τετράγωνο οι διαγώνιοι είναι ίσες.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 2ο

Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και $BD, \Gamma E$ διχοτόμοι του. Δείξτε ότι:

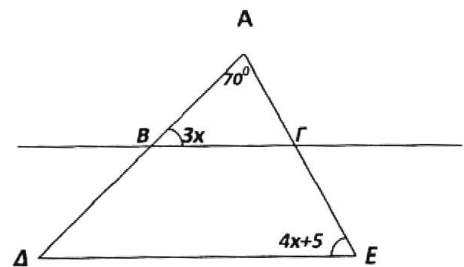
- B1.** Τα τρίγωνα $ABD, A\Gamma E$ είναι ίσα.
- B2.** $BE = \Gamma D$.



ΘΕΜΑ 3ο

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon \parallel \Delta E$.

- Γ1.** Να αποδείξετε ότι $x = 15^\circ$.
- Γ2.** Να αναφέρετε το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς τις πλευρές του, αφού πρώτα βρείτε τις γωνίες του.

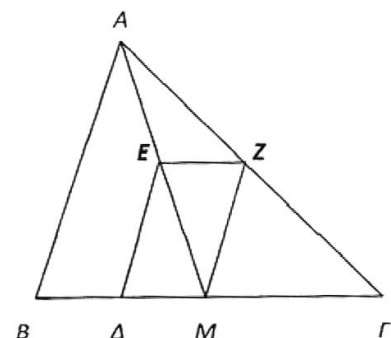


ΘΕΜΑ 4ο

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διάμεσός του AM .

Αν Δ, E, Z τα μέσα των $BM, AM, A\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι:

- Δ1.** $EZ = \frac{B\Gamma}{4}$.
- Δ1.** ΔEZM παραλληλόγραμμο.



Β' Λυκείου

Άλγεβρα

ΘΕΜΑ 1ο

A. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστό» (Σ) ή «Λάθος» (Λ):

- α)** η λύση της εξίσωσης $\eta\mu x = \eta\mu\theta$ είναι $x = 2k\pi + \theta$ ή $x = 2k\pi - \theta$
- β)** η $\epsilon\phi x = \epsilon\phi\theta$ έχει λύση την $x = k\pi + \theta$
- γ)** μηδενικό πολυώνυμο λέγεται αυτό που ισούται με το μηδέν
- δ)** βαθμός πολυωνύμου λέγεται ο αριθμός που μας δείχνει το πλήθος των όρων του
- ε)** αν $P(x)$ ένα πολυώνυμο και $P(\rho) = 0$ τότε το ρ λέγεται ρίζα του πολυωνύμου.

ΘΕΜΑ 2ο

Να λυθεί η εξίσωση: $(\sqrt{2} - 2\eta\mu x) \cdot (\epsilon\phi x - \sqrt{3}) = 0$.

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται το σύστημα:
$$\begin{cases} 2(x + 6) - 3(\psi - 6) = 48 \\ 7x + 4\psi - 5 = 0 \end{cases}$$

Γ1. Να υπολογίσετε τις ορίζουσες D , D_x , D_ψ .

Γ2. Να λύσετε το σύστημα.

ΘΕΜΑ 4ο

Έστω $P(x) = x^3 - 3x^2 + kx - 1$.

Δ1. Να βρεθεί το k ώστε το πολυώνυμο να έχει παράγοντα το $(x - 1)$.

Δ1. Για $k = 3$ να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$.

Β' Λυκείου

Γεωμετρία

ΘΕΜΑ 1ο

- A1.** Να διατυπωθεί και να αποδειχθεί το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
A2. Να μεταφερθούν συμπληρωμένες οι ισότητες στην κόλλα αναφοράς:
α) $E_{(AB\Gamma\Delta)} = \dots$ αν $AB\Gamma\Delta$ τετράγωνο πλευράς a .
β) $E_{(K\Lambda MN)} = \dots$ αν $K\Lambda MN$ ορθογώνιο διαστάσεων a, β .

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma = 12$, $AB = 6$ και $A\Gamma = 8$.

- B1.** Δείξτε ότι το $AB\Gamma$ είναι αμβλυγώνιο.
B2. Να υπολογιστεί η διάμεσος AM .

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και ύψος $A\Delta$.

Αν $AB = 15$ και $A\Gamma = 20$, να υπολογιστούν:

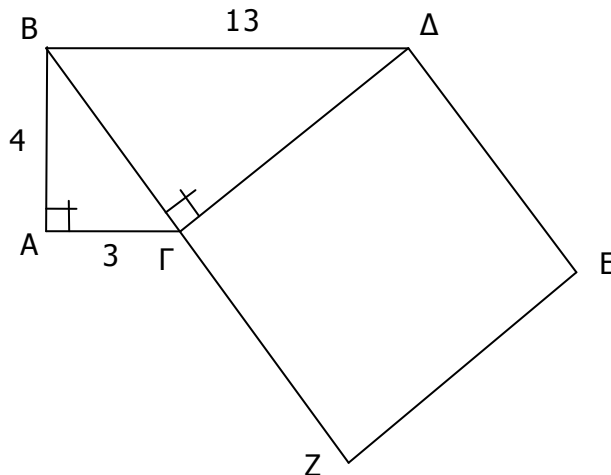
- Γ1.** Η υποτείνουσα $B\Gamma$.
Γ2. Τα τμήματα $B\Delta$ και $\Delta\Gamma$.
Γ3. Το ύψος $A\Delta$.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 4ο

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται $\hat{A} = 90^\circ$, $B\hat{\Gamma}\Delta = 90^\circ$, $\Gamma\Delta EZ$ τετράγωνο, $AB = 4$, $A\Gamma = 3$ και $B\Delta = 13$. Να βρεθούν:

- Δ1.** Η $B\Gamma$.
Δ2. Η $\Gamma\Delta$.
Δ3. Το εμβαδόν $\Gamma\Delta EZ$.



Μονάδες 25

Γ' Λυκείου

ΘΕΜΑ 1ο

A1. Τι ονομάζουμε εύρος μίας μεταβλητής;

A2. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστό» (Σ) ή «Λάθος» (Λ):

α) Η μέση τιμή υπολογίζεται μόνο σε ποσοτικές μεταβλητές.

β) Εάν υπάρχουν τα $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ και είναι $l_1, l_2 \in \mathbb{R}$, τότε ισχύει ότι

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l_1 \cdot l_2.$$

γ) Εάν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} , τότε ισχύει ότι

$$(fg)'(x) = f'(x) \cdot g'(x), x \in \mathbb{R}.$$

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 2ο

Αριθμός Βιβλίων x_i	Αριθμός Μαθητών v_i	$x_i \cdot v_i$	Αθροιστική Συχνότητα N_i
0	5		
1	6		
2	8		
3	1		
Σύνολο			

Ο παραπάνω πίνακας μας δείχνει το πλήθος των βιβλίων που διάβασαν 20 μαθητές.

B1. Συμπληρώστε τον πίνακα στην κόλλα σας.

B2. Να βρείτε την μέση τιμή και την επικρατούσα τιμή.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1} & \text{εάν } x < 1 \\ \sqrt{x + 3} & \text{εάν } x \geq 1 \end{cases}$ όπου $a \in \mathbb{R}$

Γ1. Να υπολογιστεί το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.

Γ2. Να υπολογιστεί το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.

Γ3. Να υπολογιστεί η τιμή του a ώστε η f να είναι συνεχής στη θέση $x_0 = 1$.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ με $x \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς την μονοτονία στο πεδίο ορισμού της.

Δ2. Να βρείτε τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης f .

Δ3. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα $I = \int_3^1 f'(x) dx$.

Μονάδες 25